1.01.99 - Matemática

"O ENIGMA DE LÓGICA MAIS DIFÍCIL DO MUNDO": SIMPLIFICANDO A SOLUÇÃO DE BOOLOS POR MEIO DE ANÁLISE DE TABELA VERDADE

Jéssica Soares de Souza[1]*, Gerson Dos Santos Farias[2], Eugenia Brunilda Opazo Uribe [3], Allan Edley Ramos de Andrade[4]
1. Estudante de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (CPTL)
2. Estudante de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (CPTL)
3. Professora da UFMS - CPTL - Departamento de Matemática
4. Professor da UFMS - CPTL - Departamento de Matemática/Orientador.

Resumo
O presente trabalho é um estudo da solução de George Boolos para o intitulado "Enigma de Lógica mais Difícil do Mundo", o intuito é reescrever a solução de modo direto e de fácil compreensão, visto que a solução de Boolos é uma das mais intrincadas. Expor a eficácia de análise de situações por meio de tabela verdade para problemas como este além de gerar curiosidade e discussão torna a lógica proposicional instigante, já que por vezes a mesma é tida como ensino de métodos e macetes inexplicáveis seguido de exercícios análogos aos exemplos gerando falta de motivação como diz Vaz (2014), buscamos assim trazer um exemplo de abordagem diferente.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Resolução de Problemas, Lógica Matemática.

Apoio financeiro: PET

Introdução
O trabalho com enigmas em sala de aula é um recurso que envolve o aluno e busca resolver situações problemas, desafios chamam atenção e levam ao diálogo que por sua vez levam a construção do conhecimento. Movidos pela escassez de casos que fomentem as análises de tabela verdade chegamos ao nosso objeto de trabalho que se apresenta desafiador e singular, visto que esse enigma carrega um nome sugestivo e motivador, além de conter inúmeras resoluções.

"O Enigma de Lógica mais Difícil do Mundo" é criação do matemático, pianista, filósofo e mágico Raymond Merrill Smullya, em colaboração com John MCCarthy que acrescentou a complicação ao enigma ao sugerir os termos *ja* e *da* como respostas as questões. O enigma possui o seguinte enunciado:

> Três deuses (ou gênios infalíveis) A, B, e C são denominados, em alguma ordem, Verus, Falsus e Aleatorius. Verus sempre diz a verdade, Falsus sempre diz falsidades, mas Aleatorius diz verdades ou falsidades de uma forma completamente aleatória. Sua tarefa é determinar as identidades de A, B, e C com três perguntas cujas respostas são do tipo sim ou não; cada questão deve ser colocada a exatamente um dos deuses. Os deuses entendem a sua língua, mas respondem a todas as questões em sua língua nativa, na qual as palavras para sim e não são da e ja, em alguma ordem. Você não sabe qual das palavras significa sim ou não (RAYMOND, 1978).

Optamos pela resolução do professor George Boolos que utiliza a lógica clássica e é tida como uma das mais populares e intrincadas, Boolos esclarece que são permitidas as seguintes possibilidades:

> (a) Mais de uma pergunta pode ser feita a um mesmo deus (ou gênio);
> (b) As perguntas podem ter conteúdos interdependentes;
> (c) As respostas de Aleatorius são análogas ao resultado do sorteio de uma moeda: se o resultado for cara, Aleatorius falará a verdade, se for coroa ele dará uma resposta falsa (BOOLOS, 1996).

A solução de Boolos é baseada na decomposição do enigma, ele propõe o estudo de problemas relacionados, porém mais simples de serem analisados. Por fim combina suas ideias chegando as perguntas que levam a solução do enigma. O objetivo deste trabalho é abordar e simplificar a solução de Boolos para "O Enigma de Lógica mais Difícil do Mundo", com a utilização de tabela verdade e lógica proposicional chegando a uma explicação sucinta e de fácil compreensão.

Metodologia
O trabalho é resultado de pesquisa teórica e prática desenvolvida no âmbito do Programa de Educação Tutorial (PET), realizado por meio de leitura, discussão de artigos e apresentação de seminários. Na análise dos artigos foi considerada a proposta de simplificar e tornar de fácil entendimento o objeto de estudo, visto que a interpretação e simplificação fazem do "O Enigma de lógica mais difícil do mundo" uma forma estimulante e

enriquecedora de abordar a lógica proposicional e análise de tabela verdade.

Resultados e Discussão

A princípio vamos observar: Como é uma pergunta composta por duas bicondicionais, mais especificamente uma pergunta que é uma bicondicional dentro de uma bicondicional. Para que o entendimento seja completo vamos analisar através de tabela verdade expondo todas as possíveis situações e respostas.

DA SIGNIFICA SIM SE, E SOMENTE SE, & É VERDADE? Suponha direcionar esta pergunta a um dos deuses não aleatórios; claramente a pergunta é uma proposição composta com o conectivo bicondicional. Onde a primeira proposição é "Da significa sim" e a segunda proposição é "& é verdade". Mas & também se trata de uma proposição composta com o conectivo bicondicional, consideremos & = VOCÊ SEMPRE DIZ A VERDADE SE, E SOMENTE SE, PEDRO ESTÁ NO BRASIL.

Vamos passar essas proposições para a linguagem lógica e abordá-las por meio de tabela verdade. Seja D = *Da significa sim*, S = *Você sempre diz a verdade* e X = *Pedro está no Brasil*. Podemos escrever a proposição como D ↔ (S ↔ X). Na análise dessa proposição temos que tomar um cuidado especial com as seguintes informações: A proposição D = *Da significa SIM,* irá ser analisada em situações que é verdade e em situações que é falsa. Quando seu valor lógico for falso devemos interpretar como D = *Da não significa sim,* que implica em *Da significar não.* A proposição S = *Você sempre diz a verdade* também será analisada nas mesmas situações, onde poderemos concluir que quando verdadeira implica em estarmos indagando o deus Verus, quando falsa em estarmos indagando Falsus.

Essas informações são de extrema ajuda na compreensão das tabelas e resolução do enigma. Na Tabela 1 temos as possibilidades de resposta para a pergunta *DA SIGNIFICA SIM SE, E SOMENTE SE, & É VERDADE?*

Tabela 1: DA = SIM ↔ & = VERDADE?

	D	S	X	S↔X	D↔(S↔X)	Resposta
1	V	V	V	V	V	DA
2	V	V	F	F	F	JA
3	V	F	V	F	F	DA
4	V	F	F	V	V	JA
5	F	V	V	V	F	DA
6	F	V	F	F	V	JA
7	F	F	V	F	V	DA
8	F	F	F	V	F	JA

Fonte: Própria Autora

Das linhas 1 á 4 estudamos a situação em que D é verdade, ou seja, DA = SIM. A coluna S nos informa se o deus sempre diz a verdade que implica falarmos com Verus ou nega essa afirmação que implica falarmos com Falsus. A coluna X nos informa se Pedro está ou não no Brasil.

- Em 1 e 2 temos D verdade e S verdade, que resulta nas respostas seguirem a tabela bicondicional, pois se indaga o deus Verus e DA significar sim.
- Em 3 e 4 temos D verdade e S falsa, que resulta nas respostas inverterem a tabela da bicondicional, uma vez que se indaga o deus Falsus.

As linhas 5 á 8 temos D falsa, ou seja, DA ≠ SIM que implica que DA = NÃO e JA = SIM. A coluna S nos informa se estamos falando com Verus ou Falsus e a coluna X nos informa se Pedro está ou não no Brasil.

- Em 5 e 6 temos D falsa e S verdade, que resulta nas respostas seguirem a tabela da bicondicional, pois se indaga o deus Verus e DA significa não.
- Em 7 e 8 temos D falsa e S Falsa, que resulta nas respostas seguirem inversas a tabela bicondicional, pois se indaga o deus Falsus e DA significa não.

Observamos na Tabela 1, que *existe uma correspondência entre as colunas X e Resposta*; sempre que X é verdade a resposta é DA e quando X for falsa a resposta é JA. Após observar essa correspondência, Boolos propõe as perguntas que vão levar a solução do enigma.

Relembrando as condições do enigma temos: A, B, C são os deuses Verus, Falsus e Aleatorius em alguma ordem que não se sabe qual é. Verus diz apenas a verdade, Falsus diz apenas a falsidade e Aleatorius diz verdades e falsidades aleatoriamente. Eles compreendem minha língua, mas respondem em seu próprio idioma com as palavras DA e JA que significam sim e não em alguma ordem que não se sabe qual é. Pode-se fazer três perguntas do tipo sim ou não para determinar quem é quem.

Observe que caso as perguntas sejam feitas a um deus não aleatório podemos concluir algo, sendo assim a primeira pergunta deve ser desenvolvida pensando em achar um dos deuses que não seja o Aleatorius. Como não sabemos quem é quem, podemos fazer a primeira pergunta a qualquer um dos três, suponha perguntar primeiro ao deus A.

Pergunta 1: *DA significa sim se, e somente se, a bicondicional é verdadeira?*
A bicondicional por sua vez diz: *Você sempre diz a verdade se, e somente se, B é o deus Aleatorius.*

Sejam *D = DA significa sim*, *S = Você sempre diz a verdade* e *X = B é Aleatorius*. Propositalmente tomamos as mesmas letras da Tabela 1, pois as proposições são semelhantes e suas tabelas idênticas.
Analisando concluímos que caso A seja Verus ou Falsus:
- Se a resposta for DA: B é Aleatorius e C não é Aleatorius.
- Se a resposta for JÁ: B não é Aleatorius.

No Caso de A ser o Aleatorius, então independente da sua resposta saberemos que B e C não é Aleatorius, assim suas respostas nos darão as mesmas informações:
- Se a resposta for DA: C não é Aleatorius.
- SE a resposta for JA: B não é Aleatorius.

Portanto essa questão vai determinar que um dos deuses B ou C não é o deus Aleatorius, ou seja, se a resposta foi DA saberemos que C não é Aleatorius e se a resposta for JA saberemos que B não é Aleatorius.

A próxima pergunta deve ser feita ao deus já determinado não ser o Aleatorius; com intuito de descobrir se ele é Verus ou Falsus. Para isso novamente usamos da bicondicional, entretanto uma das proposições que compõe a bicondicional tem valor lógico sempre verdadeiro.

Pergunta 2: *DA significa sim se, e somente se, um triângulo tem três lados?*
Para analisar a Tabela 2 vamos considerar *P = Da significa sim* e *Q = Um triângulo tem três lados* (sempre é verdade).

Tabela 2: DA = Sim ↔ um triângulo tem três lados?

	P	Q	P↔Q	Resposta
1	V	V	V	DA
2	V	V	V	JA
3	F	V	F	DA
4	F	V	F	JA

Fonte: Própria Autora

Analisando a Tabela 2 temos:

- Em 1 e 3 consideramos as situações em que se indaga o deus Verus; em ambas obtemos a resposta DA. O motivo é o significado da palavra DA que varia; na linha 1 dado P uma verdade (DA = SIM), logo a proposição P↔Q é verdadeira e a resposta é sim, ou seja, DA. Na linha 3 temos P Falsa (DA = Não), logo a proposição P↔Q é falsa e a resposta é não, ou seja, DA.
- Em 2 e 4 consideramos as situações em que se indaga o deus Falsus; em ambas obtemos a resposta JA. O motivo para isso novamente é o significado da palavra DA que varia; na linha 2 temos P verdade (DA = SIM), logo P↔Q é verdade e a resposta seria sim, mas Falsus sempre diz falsidades segue então a resposta não, ou seja, JA. Na linha 4 P é Falsa (DA = Não), logo P↔Q é falsa e a resposta seria não, mas Falsus diz falsidades segue então a resposta sim, ou seja, JA.

O que é primordial nessa análise é que sempre que o deus perguntado for Verus terei a resposta DA, e sempre que for o Falsus terei a resposta JA. Deste modo ao obter a resposta definimos se falamos com Verus ou Falsus. Como temos três deuses e dentre eles já se sabe a identidade de um, a pergunta seguinte visa descobrir a identidade do segundo e por consequência do terceiro.

Pergunta 3: *Da significa sim se, e somente se, A é Aleatorius?*

Considere *P = Da significa sim* e *Q = A é Aleatorius*. Uma atenção especial deve ser tomada aqui pois quando a pergunta três for feita, ela será feita ao mesmo deus que respondeu à pergunta 2, o qual já determinamos ser Verus ou Falsus. Portanto vamos ter uma tabela para o caso de indagar Verus e outra para o caso de indagar Falsus. Se a pergunta for feita a Verus, as possibilidades de resposta estão na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3: Da = Sim ↔ A é Aleatorius? Respostas de Verus

	P	Q	P↔Q	Resposta
1	V	V	V	DA
2	V	F	F	JA
3	F	V	F	DA
4	F	F	V	JA

Fonte: Própria Autora

- Em 1 e 3 considerando o valor lógico das proposições e que indagamos o deus Verus, obtemos a resposta DA; evidenciando a correspondência das colunas Q e Resposta, concluindo assim que A de fato é o deus Aleatorius.
- Em 2 e 4 considerando o valor lógico das proposições e que indagamos o deus Verus obtemos a resposta JA; vale a correspondência da coluna Q e Resposta e concluímos que o deus A não é Aleatorius.

Com essas informações temos a solução do enigma. Se Verus responder DA: A é Aleatorius e o que restar será o Falsus. Se Verus responder JA: A Não é Aleatorius, o deus que não é o A e não é o que está respondendo é o Aleatorius e o deus que restar será o Falsus.

Se a pergunta for feita a Falsus, as possibilidades de resposta estão na Tabela 4 a seguir.

Tabela 4: Da = Sim ↔ A é Aleatorius? Respostas de Falsus

	P	Q	P↔Q	Resposta
1	V	V	V	JA
2	V	F	F	DA
3	F	V	F	JA
4	F	F	V	DA

Fonte: Própria Autora

- Em 1 e 3 considerando o valor lógico das proposições e que indagamos Falsus obtemos a resposta JA; evidenciando a correspondência das colunas Q e Resposta, concluindo assim que Q é verdade, ou seja, que A de fato é o deus Aleatorius.
- Em 2 e 4 considerando o valor lógico das proposições e que indagamos Falsus obtemos a resposta DA; evidenciando a correspondência das colunas Q e Resposta concluindo assim que Q é falso, ou seja, que o deus A não é Aleatorius.

Com essas informações temos a solução do enigma. Se Falsus responder JA: A é Aleatorius e o deus que restar será o Verus. Se Falsus responder DA: A não é Aleatorius, o deus que não é o A e não é o que está respondendo é o Aleatorius e o deus que restar será o Verus. Portanto estas três perguntas nos levam a solução do enigma.

Conclusões

Abordar assuntos de forma a gerar curiosidade é um meio facilitador de criar a discussões entre os envolvidos, principalmente quando tratamos da matemática que é conhecida como uma matéria *difícil* pelos alunos. A ideia de estudar a solução do enigma vem para desafiar os envolvidos e testar seus conhecimentos, uma vez que isso pode ser feito por análises de possibilidades. Inserir a dúvida e dar meios para se solucionar mostra-se empolgante para alunos e professores, com base neste estudo pretende-se expandir este trabalho para uma oficina que em breve deve ganhar forma. Os conceitos de raciocínio lógico devem ser trabalhados e destacados desde suas definições iniciais visto que na falta desses conceitos criam-se lacunas no restante do processo de aprendizagem, desta forma estudar a solução de enigmas por meio de tabela verdade é um caminho o qual o aluno trilha para chegar a soluções que ele possa defender com base em definições.

Referências bibliográficas

ALVEZ, Thiago de Oliveira. **Lógica Formal e sua aplicação na argumentação matemática**. Dissertação de Mestrado - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2016.

BOOLOS, George. The hardest logic puzzle ever. **The Harvard Review of Philosophy**, v. 6, n. 1, p. 62-65, 1996.

GORSKY, Samir Bezerra. **A lógica e a metafísica dos enigmas: surpresa, espanto e informação**. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Campinas, SP, 2013.

RAYMOND, R. **What is the Name of This Book? Englewood Cliffs**, NJ.: Prentice Hall, 1978. 62, 76

VAZ, Rodrigo Marques. **FORMALIZAÇÃO DO RACIOCÍNIO LÓGICO BASEADA NA LÓGICA MATEMÁTICA**. Dissertação de Mestrado - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – CPTL, 2014.