

ANÁLISE DE ERROS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE COMBINAÇÃO POR CRIANÇAS

Elis Jayane dos S. Silva^{1*}, Juliana Ferreira G. da Silva², Franciele A. da Silva¹, Pedro A. Soares¹

1. Estudante do Instituto de Psicologia da Universidade Federal de Alagoas (IP - UFAL)

2. Professora da UFPE - Departamento de Psicologia/ Doutora em Psicologia Cognitiva/ Orientadora

Resumo

O presente estudo teve por objetivo analisar a natureza dos erros cometidos por crianças na resolução de problemas de combinação. Parte-se da concepção de que os erros, assim como os acertos, revelam formas de organização do pensamento frente a um dado objeto de conhecimento. Entrevistas individuais foram realizadas com 27 crianças de ambos os sexos, alunas do 4º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Maceió. Cada criança resolveu quatro problemas de combinação, sendo dois problemas implícitos e dois problemas explícitos. O raciocínio empregado pelas crianças, classificado em seis categorias, variou desde um total desconhecimento até a formação de combinações sem sistematização. Os resultados demonstraram que o raciocínio combinatório é de difícil compreensão. Contudo, estratégias que expressam desenvolvimento qualitativo do pensamento combinatório foram observadas. Por fim, contribuições para psicologia da educação matemática e implicações educacionais são propostas.

Autorização legal: CAAE: 55091116.4.0000.5013

Palavras-chave: Raciocínio combinatório; Matemática; Psicologia Cognitiva.

Trabalho selecionado para a JNIC: UFAL

Introdução

O contexto de ensino e aprendizagem da matemática constitui uma das grandes problemáticas da educação no Brasil, apresentando, inclusive, resultados abaixo do esperado em avaliações de larga escala (ex. PISA). Nesse sentido, consideramos que analisar o que está por trás desse cenário e construir ferramentas que auxiliem a modificar os impasses deste processo nas escolas brasileiras é fundamental.

Com isto em mente, nos debruçamos sobre uma prática presente no cotidiano da sala de aula, e que, sobretudo, no ensino da matemática é considerada método por excelência: a compreensão do erro como algo que precisa ser excluído da dinâmica da aprendizagem. Pesquisas anteriores demonstram que essa situação está ligada a uma cadeia de acontecimentos que têm início na própria formação de professores de matemática (SPINILLO et al., 2016), que não são instruídos a direcionar um olhar investigativo para os erros encontrados. Nessa perspectiva desconsidera-se a noção de aprendizado como algo que ocorre a partir de um processo e que portanto necessita de determinados estímulos para se efetivar. A proposta dessa pesquisa, portanto, parte de uma abordagem construtivista do erro, na qual o erro não é visto como algo que falta, mas como um raciocínio que a criança apresenta em um dado momento, que precisa ser interpretado e compreendido (BOTELHO et al, 2006; CASTRO et al, 2006; SPINILLO, 1999).

No que diz respeito ao direcionamento para os problemas de combinatória, em específico os problemas de combinação, isto se deve ao fato de que além de ser um domínio específico da matemática, o raciocínio combinatório na Psicologia Cognitiva desempenha papel importante no desenvolvimento de crianças e adolescentes por ser considerado um sistema operacional, ou seja, um modo de agir frente a situações cuja solução exige este tipo de pensamento (INHELDER; PIAGET, 1976). Portanto, sua relevância, aplicabilidade e complexidade tornam este tema de investigação desafiador tanto para o campo da Psicologia da Educação Matemática como para a Educação, devido às suas aplicações práticas.

Desse modo, o objetivo da pesquisa foi analisar a natureza dos erros cometidos por crianças do 4º ano do ensino fundamental na resolução de problemas de Combinação.

Metodologia

Participantes

Foram entrevistadas 27 crianças de ambos os sexos, média de idade de 10 anos, estudantes do 4º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Maceió -AL.

Procedimentos e planejamento experimental

As crianças foram entrevistadas individualmente, na própria escola, e convidadas a resolver quatro problemas de combinação, sendo dois explícitos e dois implícitos. Cada problema foi apresentado por escrito em uma cartela e lido em voz alta pela examinadora. Após a leitura, a cartela estava disponível para ser consultada caso a criança achasse necessário. A examinadora orientava a criança a resolver o problema da maneira que desejasse e, por meio do modelo de entrevista clínica piagetiana, solicitava que após a resolução a criança explicasse as ações realizadas para chegar ao resultado apresentado. As entrevistas foram gravadas em áudio e posteriormente transcritas em protocolos individuais. Lápis, borracha e papel foram disponibilizados.

Exemplo do problema explícito: A loja de animais vende três animais diferentes (gato, cachorro e coelho). Igor adora animais e seus pais o deixaram comprar dois animais na loja. Então, existem três animais, mas Igor não poderá levar todos porque ele só pode levar dois, não é? Ele pode formar várias combinações de dois animais, por exemplo, ele pode escolher o gato e o cachorro. Outra combinação diferente seria o gato e o coelho, não é mesmo? Com todos esses animais, quantas combinações diferentes de dois animais Igor podem formar?

Exemplo do problema implícito: Na gincana da escola, a equipe amarela é formada por três alunos: Clara, Ivo e Ana. Cada equipe deve escolher duas crianças para participar da competição. De quantas maneiras diferentes podemos escolher as duas crianças?

Resultados e Discussão

Análise dos dados

A partir da análise das respostas erradas empregadas pelas crianças foi elaborado um sistema de classificação com seis categorias:

Tipo 1: Ausência de resposta. A criança expressa não saber resolver a questão.

Tipo 2: Resposta baseada nos dados do enunciado do problema. A criança utiliza a quantidade de elementos de um dos conjuntos expressos no enunciado do problema como resposta ou, outra variação dessa categoria, repete as combinações exemplificadas no enunciado do problema.

Tipo 3: Resposta baseada em repertório cultural de seleção. A criança adota um critério não matemático, baseado em experiências sociais de opções de escolha presentes em sua cultura. Por exemplo, i. Par ou ímpar; ii. Pedra, papel e tesoura; iii. Zerinho ou um.

Tipo 4: Combinação por pares fixos. A criança combina um elemento com outro elemento apenas uma vez. Não aceitando, por exemplo, que um mesmo elemento possa formar diferentes pares de combinação.

Tipo 5: Combinação flexível sem esgotamento. A criança combina um elemento com mais de um elemento do outro conjunto. Porém não alcança o número total de combinações possíveis.

Tipo 6: Esgotamento das combinações sem tomada de consciência. A criança estabelece todas as combinações possíveis (de modo sistemático ou aleatório). Contudo, ela não tem a tomada de consciência deste fato, o que a leva ao erro.

As respostas das crianças foram analisadas de maneira qualitativa com o intuito de identificar as estratégias empregadas. Essa análise foi realizada inicialmente através de dois juízes independentes. O percentual de discordância entre estes juízes foi de 1,8%. As análises que apresentaram discordância, foram classificadas através de discussão entre os juízes.

A Tabela 1 apresenta o resultado de desempenho das crianças na resolução de problemas de combinação.

Tabela 1. Frequência e percentual de acertos e erros (entre parênteses) dos problemas de combinação. (n=108).

Tipo de problema	Acertos	Erros
Combinação	18 (16,6%)	90 (83,3%)

Observou-se, de modo geral, que o desempenho apresentado pelas crianças foi baixo, o percentual de acertos foi inferior a 20%. Em virtude desse resultado foi realizada a análise dos erros. A Tabela 2 apresenta a distribuição (em frequência) das estratégias elaboradas e classificadas neste estudo em função de cada problema resolvido pela criança.

Tabela 2. Frequência e porcentagem (em parênteses) dos tipos de estratégia em cada situação. (Problemas n=27 / Total n=108)

Estratégia	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Total
Tipo 1	5 (18,5%)	2 (7,4%)	1 (3,7%)	0 (0%)	8 (7,5%)
Tipo 2	5 (18,5%)	1 (3,7%)	4 (14,9%)	2 (7,4%)	12 (11,2%)
Tipo 3	8 (29,6%)	8 (29,6%)	0 (0%)	0 (0%)	16 (14,8%)
Tipo 4	1 (3,7%)	5 (18,5%)	0 (0%)	1 (3,7%)	7 (6,5%)
Tipo 5	2 (7,4%)	7 (26%)	5 (18,5%)	20 (74%)	34 (31,4%)
Tipo 6	2 (7,4%)	2 (7,4%)	6 (22,2%)	3 (11,2%)	13 (12%)

De modo geral, observou-se que a estratégia Tipo 5, combinação flexível sem esgotamento, foi o mais encontrado entre as crianças entrevistadas (31,7%). O que esse resultado mostra é que embora as crianças do

4º ano não consigam resolver todas as combinações de forma apropriada, já é possível observar nas mesmas os primeiros indícios de raciocínio combinatório. Além disso é possível inferir que a maioria dos erros são de ordem conceitual. O erro conceitual “expressa limite de compreensão acerca dos aspectos cruciais relativos às demandas do problema, podendo ser entendido como indício do limite expressivo de elaboração do conceito matemático ali envolvido” (SPINILLO et al., 2016, p. 1192).

A análise de protocolos individuais possibilita compreender o percurso do raciocínio empregado pelas crianças. A seguir apresento o exemplo de um protocolo da Criança 02:

Problema 1 - *Na gincana da escola, a equipe amarela é formada por três alunos: Clara, Ivo e Ana. Cada equipe deve escolher duas crianças para participar da competição. De quantas maneiras diferentes podemos escolher as duas crianças?*

C-¹ Eu só conheço duas que é o par ou ímpar ou o Pedra, papel e tesoura.

P- Par ou ímpar ou pedra papel e tesoura. Mas aí como é que “tu” acha que a gente vai escolher essas crianças?

C- Tem que escolher duas né?

P- Isso.

C- Então a gente pode fazer o zerinho ou um, tipo se duas crianças botar o zero e a outra um então sai, essas outras duas que ficou ou tira pedra papel e tesoura ou tira “impapar”.

P- Entendi, mas aí seriam quantas maneiras de escolher as crianças?

C- Três.

P- Três maneiras?

C- É.

Problema 2 - *A lanchonete da cidade vende quatro opções de lanche: pizza, sanduíche, coxinha e pastel. De quantas maneiras diferentes podemos escolher duas opções de lanche?*

C- No “salamemingüe”.

P- No “Salamemingüe”? “Eita” me explica como é.

C- É. Tipo você tá indecisa em uma coisa aí você faz sa-la-me-min-gue... É Dune Dune Te Sa-la-me-min-gue o sorvete colorido escolhido foi você e o que parar é o que a pessoa quer.

P- O que parar é o que “tu” escolhe?

C- É. Mas às vezes para em uma coisa que eu não tô muito afim aí eu pego outra.

P- Mas aí seriam quantas maneiras você acha?

C- Acho que um.

Problema 3 - *A loja de animais vende três animais diferentes (gato, cachorro e coelho). Igor adora animais e seus pais o deixaram comprar dois animais na loja. Então, existem três animais, mas Igor não poderá levar todos porque ele só pode levar dois, não é? Ele pode formar várias combinações de dois animais, por exemplo, ele pode escolher o gato e o cachorro. Outra combinação diferente seria o gato e o coelho, não é mesmo? Com todos esses animais, quantas combinações diferentes de dois animais Igor podem formar?*

C- Três.

P- Três?

C- O gato e o cachorro. O gato e o coelho, aí não é só duas mesmo.

P- Só duas?

C- É que “perae”, é que eu tô toda confundida. É duas mesmo. Eu acho que é duas.

P- Mas, como é que você chegou a duas? Por que você acha que é duas?

C- Porque... Pode ser ou gato e o coelho.

P- “uhum”.

C- Ou o cachorro e o coelho, ou o cachorro e o gato. Então é três!

P- Três?

C- É.

Problema 4 - *Julia quer fazer uma sobremesa com duas frutas em sua casa. Ela tem banana, abacaxi, maçã e uva. Nem todas as frutas serão usadas para fazer a sobremesa, porque ela tem quatro tipos de frutas e só quer usar dois tipos não é mesmo? Mas podem ser formadas várias combinações diferentes de duas frutas, por exemplo, ela pode escolher banana e abacaxi. Outra opção diferente seria escolher banana e maçã, não é mesmo? Com todas essas frutas quantas combinações diferentes de duas frutas Julia pode formar?*

C- Pode ser a uva com a Maçã, pode ser a uva com abacaxi e pode ser a uva com a banana. Também pode ser a banana com uma das três ou a Maçã com uma das três. Então acho que quatro. Pra mim depende de quantas frutas tiver porque cada uma pode sair com uma.

C- É... Quatro frutas. Ai ela junta de duas em duas. Aí vai ficar duas. Só que ela pode botar a uva com outra fruta ou uma fruta com a outra. Mas dá duas combinações.

P- “Tu” acha que são duas combinações?

C- É. É porque uma fruta vai ficar com a outra aí sobram duas, aí já vão ser outra combinação.

P- Certo, aí quais seriam essas duas frutas? Essas duas combinações?

¹ Foi utilizado “C” para designar criança e “P” para designar a orientadora.

C- Podia ser, é, uva e maçã. Banana e abacaxi ou ao contrário.

P- Como seria ao contrário?

C- Pode ser banana com uva. Abacaxi com maçã ou maçã com uva e abacaxi com banana.

P- Aí são quantas combinações?

C- Duas. São duas, só que também pode trocar, aí “perai”, você tá falando combinação de como que ela pode formar é?

P- Combinação com frutas, como você tá falando.

C- Eu acho que é duas.

A princípio cabe ressaltar que todas as respostas partem da mesma criança e que os resultados corretos nos quatro problemas eram consecutivamente 3, 6, 3 e 6 combinações. Durante a análise quantitativa essa criança obteve um percentual de acerto de apenas 25%, ou seja, somente a resposta apresentada em uma questão estava correta. No entanto, quando direcionamos um olhar qualitativo para compreender o que estava por trás dos erros apresentados a análise ganhou outro viés. Nas duas primeiras questões a criança responde com base em critérios não matemáticos, neste caso, o seu repertório cultural de seleção (categoria de erros Tipo 2) e, portanto, erra as respostas. Nas duas últimas, no entanto, após a explicitação dos invariantes, a criança responde a terceira questão de maneira adequada e na quarta, possivelmente devido ao maior número de combinações, a criança oscila, ora demonstrando compreender o raciocínio combinatório, ora demonstrando o oposto. No fim, a questão é quantitativamente classificada como erro, embora demonstre que a criança está em processo de construção do tipo de raciocínio solicitado e que, neste caso, a intervenção adequada do professor/a é fundamental para que o mesmo se efetive.

Conclusões

Pesquisas anteriores indicam que o raciocínio combinatório é considerado difícil, sobretudo para crianças do ensino fundamental, seja pelo fato das crianças ainda não terem alcançado o nível de desenvolvimento cognitivo que capacita a abstração (PIAGET, INHELDER, 2007), seja pela forma como o problema é apresentado (CORREA; OLIVEIRA, 2011), ou ainda, pela ausência de auxílio em sala de aula (BORBA et al., 2014). O resultado desses fatores reflete um cenário preocupante, de um lado alunos com dificuldade em compreender determinados raciocínios matemáticos, de outro, práticas pedagógicas obsoletas que reforçam certos estigmas.

Além disso a análise dos tipos de raciocínio empregados pelas crianças demonstram que há diferentes formas de pensar que levam ao erro. Nesse sentido, há formas que demonstram ausência de compreensão do raciocínio combinatório (Tipo1, Tipo 2 e Tipo 3) e há formas que demonstram determinada compreensão, ainda que esta não esteja no nível considerado adequado (Tipo 4, Tipo 5 e Tipo 6). Pensar o erro enquanto estratégia ou ferramenta didática amplia as possibilidades de atuação do professor dentro da sala de aula, afinal, subverte-se a lógica normativa de conhecimento vertical que acontece de cima (professores/as) para baixo (alunos/as), e recoloca-o em um papel de aprendiz, neste caso, do raciocínio apresentado pelo aluno. Passando, com isto, a uma concepção de conhecimento horizontal, em que se prioriza não somente o resultado numérico, como por vezes acontece, apresentado pelo discente, mas também o caminho percorrido para chegar até ele.

Corroborando com essa reflexão a análise aprofundada do caso particular demonstra que a partir de algumas intervenções é possível desenvolver novas formas de pensar frente aos problemas de combinação. Estudos de intervenção poderiam ser encaminhados nesse sentido.

Referências bibliográficas

- BORBA, R.E.S.R.; PESSOA, C.A.S.; ROCHA, C.A.; ASSIS, A.B. A formação de professores de anos iniciais do ensino fundamental para o ensino da combinatória. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v.3, p. 114-133, 2014.
- BOTELHO, D. et al. Análise do erro na resolução de problemas verbais de estrutura aditiva: uma perspectiva construtivista. In: Simões, M.C.T. et al. (Orgs.). *Psicologia do desenvolvimento: temas de investigação*. Coimbra: Edições Almedina, 2006, p. 53-76.
- CASTRO, J. et al. Abordagem construtivista do erro na resolução de problemas de aritmética de estrutura aditiva. *Da investigação às práticas: estudos de natureza educacional*, v. 7, n.1, p.129-149, 2006.
- CORREA, J.; OLIVEIRA, G. A escrita do problema e sua resolução: o entendimento intuitivo acerca da combinatória. *Educar em Revista*, n. Especial 1/2011, p.77-91, 2011.
- INHELDER, B.; PIAGET, J. *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. São Paulo: Livraria Pioneira Editora. 1976.
- PIAGET, J.; INHELDER, B. *A psicologia da criança*. 3.ed. Rio de Janeiro: Difel, 2007.
- SPINILLO, A. G. et al. Como professores e futuros professores interpretam erros de alunos ao resolverem problemas de estrutura multiplicativa? *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1188-1206, dez. 2016.
- SPINILLO, A. G. As relações entre aprendizagem e desenvolvimento discutidas a partir de pesquisas de intervenção. *Arquivos Brasileiros de Psicologia*, v. 51, n.1, p. 55-74, 1999.