

HOMOGENEIZAÇÃO DE PROPRIEDADES ELÁSTICAS DE MATERIAIS COMPÓSITOS ATRAVÉS DA TEORIA DOS VOLUMES FINITOS.

Antonio Leonardo Barbosa de Souza^{1*}, Romildo dos Santos Escarpini Filho²

1. Estudante da Universidade Federal de Alagoas (UFAL)
2. Professor Doutor pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL)/ Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV)

Resumo

A ciência dos materiais tem avançado cada vez mais e em momento de crise financeira, a busca por materiais de baixo custo e que ao mesmo tempo apresentem alta qualidade e desempenho tem se tornado prioridade nas grandes indústrias, trazendo um grande desafio para os engenheiros que se dedicam a estudar o desenvolvimento de novos materiais. Buscando a viabilidade, do ponto de vista financeiro, produzir materiais com baixo custo e alta qualidade, é necessário a utilização de métodos computacionais para simular o comportamento do material criado e assim adaptar o mesmo às especificações desejadas. Com este trabalho, pretende-se obter respostas de homogeneização de materiais compósitos periódicos utilizando-se a Teoria dos Volumes Finitos (TVF). Neste desenvolvimento, será estudada a formulação da TVF aplicada à obtenção de propriedades efetivas de materiais compósitos periódicos, implementar a formulação e aplicar o programa para obter propriedades efetivas de materiais compósitos elásticos. Uma vez que no mercado, necessita-se cada vez mais de materiais leves, rígidos e de menor custo, esse tipo de estudo torna-se cada vez mais essencial para obtenção desses materiais desejados.

Palavras-chave: Modelagem de Materiais Heterogêneos, Métodos Numéricos, Propriedades Efetivas.

Trabalho selecionado para a JNIC: Universidade Federal de Alagoas (UFAL).

Introdução

Os materiais compósitos são projetados com o objetivo de combinar as melhores características de cada um dos materiais componentes. Entretanto desenvolver materiais compósitos não é uma tarefa tão simples, uma vez que a melhoria de uma característica resulta na diminuição de outra, como por exemplo: a relação entre resistência mecânica e ductilidade (CALLISTER, 1991).

A modelagem computacional além de auxiliar na previsão do comportamento de determinado material submetido a uma série de esforços, traz consigo outros benefícios, como a diminuição do uso de protótipos e ensaios laboratoriais. Dentro deste contexto, destaca-se a importância de utilizar os métodos numéricos para a resolução de problemas envolvendo a engenharia e a ciência dos materiais, dentre os quais encontra-se a obtenção de propriedades efetivas.

Uma alternativa para a obtenção das propriedades efetivas, é a utilização de métodos de solução de problemas de engenharia, com o Método dos Elementos Finitos ou a Teoria dos Volumes Finitos (TVF). Por se tratar de uma técnica relativamente nova, a TVF foi escolhida para o desenvolvimento deste trabalho. Na TVF o domínio é dividido em subvolumes quadriláteros, permitindo a análise de contornos irregulares ou curvos, além de reduzir consideravelmente o número de incógnitas, uma vez que as mesmas estão associadas às faces dos elementos e não aos nós, como no método dos elementos finitos. Essas incógnitas são calculadas em termos médios dos campos de deslocamentos nas faces dos subvolumes, não necessitando realizar a integração numérica para a obtenção das matrizes de rigidez, pois são encontradas de forma explícita.

Este projeto teve como objetivo a obtenção das propriedades efetivas de materiais heterogêneos utilizando a Teoria dos Volumes Finitos (TVF). Analisou-se fatores como rigidez e a influência da fração volumétrica de fibras nas propriedades elásticas do compósito. Por fim, os resultados foram validados utilizando-se exemplos obtidos na literatura da área.

Metodologia

Para a obtenção dos resultados foi utilizada a Teoria dos Volumes Finitos (TVF) (ESCARPINI FILHO, 2015), aplicada a um material heterogêneo formado de microestruturas periódicas, e células unitárias de repetição (RCU). Por se tratar de uma estrutura periódica, assume-se que as células unitárias repetidas são indistinguíveis umas das outras, assim através das técnicas de homogeneização foi possível determinar os módulos elásticos efetivos do material compósito.

Após a escolha de um subvolume retangular, analisou-se então o comportamento dessa RCU como mostra a Figura 1 a seguir, com o objetivo de prever o comportamento do material como um todo. O domínio da RCU foi discretizado utilizando-se subvolumes da Teoria dos Volumes Finitos com campos de deslocamentos dados pela Equação 1.

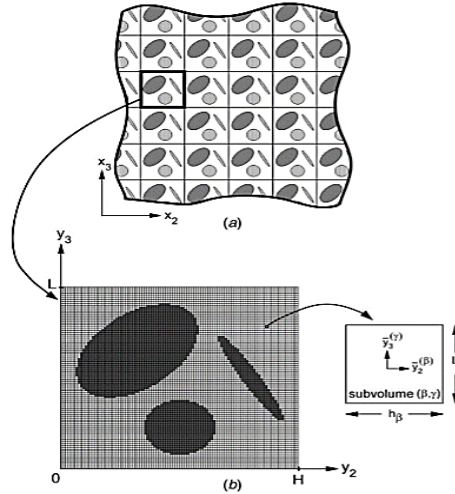


Figura 1: (a) Material heterogêneo constituído de microestruturas periódicas e RUC's, (b) Discretização da RUC em subvolume retangular tomando como base a (TVF) Teoria dos Volumes Finitos.
Fonte: Gattu et al., 2008.

$$\tilde{u}_i^{(K)} = W_{i(00)}^{(K)} + \eta W_{i(10)}^{(K)} + \xi W_{i(01)}^{(K)} + \frac{1}{2}(3\eta^2 - 1)W_{i(20)}^{(K)} + \frac{1}{2}(3\xi^2 - 1)W_{i(02)}^{(K)} \quad (1)$$

onde $W_{i(mn)}^{(K)}$ são coeficientes desconhecidos e precisam satisfazer as condições de continuidade no interior e nas bordas do subvolume, juntamente com a condição de equilíbrio mostrada a seguir:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(k)}}{\partial y_j} = 0 \quad (2)$$

onde $\sigma_{ij}^{(k)}$ é a componente (i,j) das tensões no subvolume k e y_j é a coordenada cartesiana global. Aplicando-se as fórmulas de Cauchy, lei de Hooke e as relações cinemáticas entre deslocamentos e deformações, além da consideração de que o campo de deslocamentos em cada subvolume de uma célula unitária periódica pode ser representado pelo uso de uma expansão em duas escalas envolvendo componentes macroscópicas e de flutuação (GATTU et al., 2008), chega-se a seguinte expressão:

$$\{t\} = [N][C]\{\bar{\epsilon}\} [K_L]\{\tilde{u}\} \quad (3)$$

onde $\{t\}$ é o vetor com as tensões médias, $[N]$ é a matriz composta pelas componentes dos vetores normais as faces dos subvolume, $[C]$ é a matriz constitutiva, $\{\bar{\epsilon}\}$ são deformações macroscópica, $[K_L]$ é a matriz de rigidez local e $\{\tilde{u}\}$ é o campo de deslocamentos médios (As matrizes $[N]$, $[C]$ e $[K_L]$ podem ser encontradas no trabalho de Gattu et al. (2008)).

De posse do campo de deslocamentos pode-se encontrar as deformações médias e, conseqüentemente a matriz de concentração de Hill $[A]$ chegando, por conseqüente, à matriz constitutiva efetiva do compósito.

$$[C^*] = \sum_{k=1}^{N_k} v^{(k)} [C]^{(k)} [A]^{(k)} \quad (4)$$

onde $v^{(k)}$ é a fração volumétrica do subvolume k.

Resultados e Discussão

Com o objetivo de avaliar a formulação implementada, a seguir são mostrados os resultados para a homogeneização de um material compósito genérico (Tabela 1) utilizando a Teoria dos Volumes Finitos.

Nesse exemplo foram avaliadas as propriedades elásticas efetivas em função da fração volumétrica de fibras no compósito. A Tabela 1 a seguir mostra os valores adotados para o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson para a fibra e para a matriz.

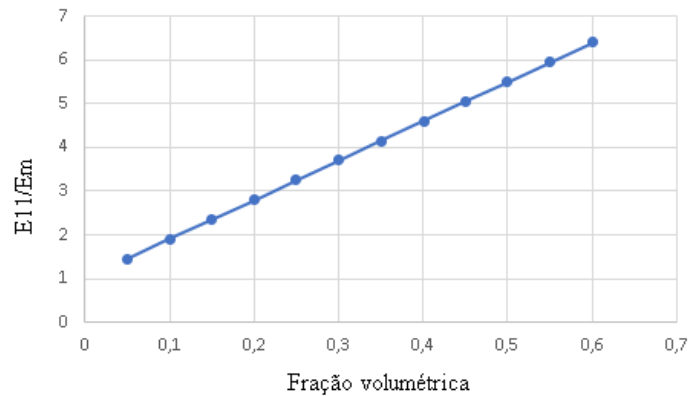
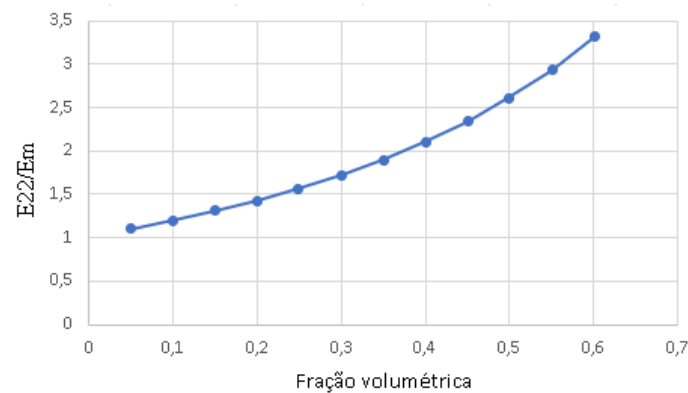
| E_f/E_m | $E_m(\text{Msi})$ | ν_m | $E_f(\text{Msi})$ | ν_f |
|-----------|-------------------|---------|-------------------|---------|
| 10 | 7000 | 0.30 | 70000 | 0.22 |

Tabela 1: Módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson para matriz e fibra**Fonte:** Autor.

onde E_m e E_f são os módulos de elasticidade Longitudinal da matriz e da fibra, respectivamente, e ν_m e ν_f são, respectivamente, os coeficientes de Poisson da matriz e da fibra.

Para a homogeneização considerou-se a variação da fração volumétrica da fibra de 5% até 60%, com incremento de 5%. Para cada valor, analisou-se os módulos de elasticidade longitudinais e transversal e coeficiente de Poisson do material compósito, como poder ser observado nas Figuras 2, 3, 4 e 5.

Como pode-se observar nas Figuras 2 e 3, com o aumento da fração volumétrica de fibra no compósito, os módulos de elasticidade longitudinais efetivos aumentam, uma vez que o material tende partir das propriedades da matriz para as da fibra. Percebe-se que o módulo E_{22} varia de forma não-linear.

**Figura 2:** Variação do módulo de elasticidade longitudinal**Fonte:** Autor.**Figura 3:** Variação do módulo de elasticidade transversal**Fonte:** Autor.

O coeficiente de Poisson efetivo, como mostra a Figura 4, inicia com o valor do coeficiente de Poisson da matriz e tende ao da fibra em uma função não-linear, apresentando um valor acima dos dois coeficientes para as frações volumétricas no intervalo de 10% a 25%.

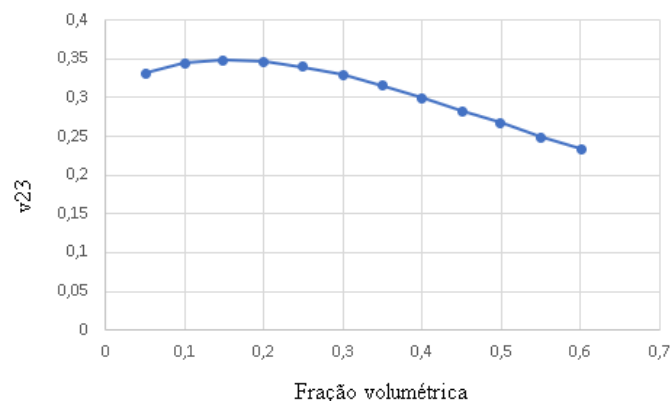
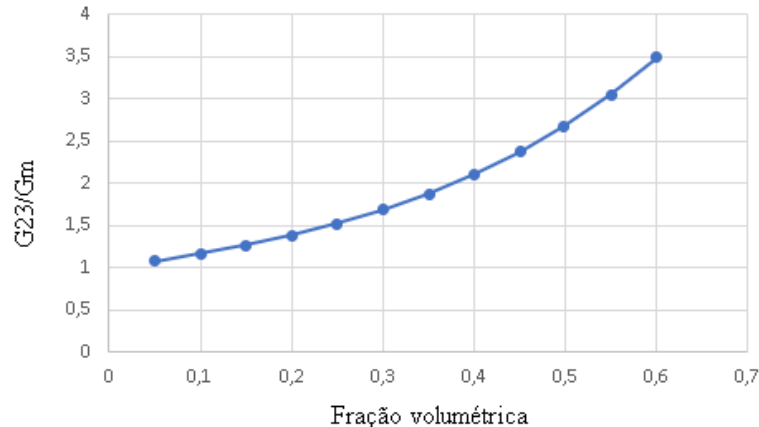


Figura 4: Variação do coeficiente de Poisson

Fonte: Autor.

Por fim, na Figura 5, é apresentado o módulo de elasticidade transversal que, também apresenta um comportamento ascendente não-linear.

**Figura 5:** Tenção de cisalhamento

Fonte: Autor.

É importante ressaltar que os resultados obtidos foram comparados com os apresentados em Gattu et al. (2008) e, como em ambos os trabalhos foram utilizadas as mesmas técnicas (TVF), os resultados obtidos foram iguais, não necessitando a inclusão dos resultados de Gattu et al. (2008)

Conclusões

No decorrer do projeto, análises bibliográficas relacionadas ao tema deram o suporte necessário para que o objetivo do projeto fosse atingido. Comparando os resultados obtidos neste projeto com os resultados já existentes na literatura a respeito do tema, observou-se que a formulação apresentou bons resultados. Tais resultados não foram apresentados aqui, mas podem ser encontrados nos trabalhos relacionados nas referências bibliográficas.

Neste projeto foi utilizada a Teoria dos Volumes Finitos com aplicação para a homogeneização de propriedades efetivas. Essa teoria se mostra muito promissora para problemas de engenharia, pois apresenta resultados muito bons comparados com outras técnicas numéricas. Essa formulação, foi implementada na linguagem computacional Python (MENEZES, 2014), que tem sido utilizada amplamente nos últimos anos.

Ao final, foram apresentados resultados de propriedades elásticas efetivas para um modelo de compósito com fibra circular longa. Nesta análise, estudou-se a influência nas propriedades elásticas (Módulos de elasticidade Longitudinais e Transversal e Coeficiente de Poisson) da fração volumétrica de fibras.

Dessa forma, pôde-se perceber a importância dos estudos numéricos para a avaliação de materiais compósitos que podem ser empregados na indústria, permitindo assim, o desenvolvimento de compósitos com a melhor proporção de cada material de forma que o material compósito final apresente propriedades adequadas, maximizando seu desempenho para a aplicação desejada.

Referências bibliográficas

ESCARPINI FILHO, R. S. **Homogeneização de propriedades térmicas e mecânicas de materiais compósitos considerando efeitos de interfaces imperfeitas**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Materiais, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015.

GATTU, M., KHATAM, H., DRAGO, A. S., PINDER, M.-J. **Parametric Finite-Volume Micromechanics of Uniaxial Continuously-Reinforced Periodic Materials With Elastic Phases**. New York City, NY, 2008.

CALLISTER, W. D. Jr. - John Wiley & Sons, Inc. **Materials Science and Engineering an Introduction**, New York, NY, 1991.

MENEZES, N. N. C. **Livro Introdução à Programação com Python - 2ª Edição**, Ed. Novatec, 2014.